Демонстрационная версия итоговой контрольной работы по алгебре (8 класс при Мехмате МГУ)

Для подготовки к работе рекомендуется повторить материал, изученный на занятиях, ликвидировать пробелы в выполнении домашних заданий и проработать перечисленные темы по учебникам и задачникам, выданным на руки, а также по дополнительным листочкам с задачами, которые выдавались в течение учебного года.

Темы заданий

1. Текстовая задача. Движение, работа, проценты. Доли и пропорции. Решение рассуждением. Введение переменных и оптимальный их выбор. Составление и решение уравнений и их систем.

2. Функции и их графики. Исследование функций. Возрастание и убывание функции на множестве. Графики функций $y = ax + b$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$, $y = x^2$, $y = 1/x$. Сдвиги и растяжения графиков. Графический метод решения уравнений.

3. Исследование квадратного уравнения с параметром. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Метод выделения полного квадрата. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Биквадратные уравнения. Дробно-рациональные уравнения. Изменение области допустимых значений при преобразовании рациональных выражений.

4. Системы и совокупности уравнений и неравенств. Решение линейных и квадратных неравенств. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители. Сравнение выражений, содержащих квадратный корень. Модуль действительного числа и его свойства. Действия с алгебраическими дробями. Рациональные неравенства, сводящиеся к квадратным.

Примеры заданий

1. Двое рабочих получили заказы на изготовление одинакового количества деталей и одновременно приступили к их выполнению. Когда через несколько часов общее количество деталей, изготовленных рабочими, стало равно количеству деталей в заказе одному из них, выяснилось, что заказ дальше выполнять не надо, поскольку он был продублирован по ошибке. Если бы рабочие продолжили выполнять полученные заказы дальше, то для завершения работы первому из них потребовалось бы 8 часов, а второму — 18 часов. За сколько часов был выполнен заказ?

2. Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{при} \quad -5 \leqslant x \leqslant 1\,; \\ x^2 - 1 & \text{при} \quad 1 < x < 2\,; \\ 4 - \frac{x}{2} & \text{при} \quad 2 \leqslant x \leqslant 8\,, \end{cases}$$

найдите её множество значений и решите уравнение $f(x) = g(x)$, если $g(x) = \frac{6}{x}$.

3. Найдите все значения параметра a, при которых сумма квадратов всех действительных корней уравнения

$$ax^2 + 2x = 3ax + 10a - x^2$$

равна 4.

4. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{12}{x - x^2 + 2} + \dfrac{1}{x - 2} \geqslant 2\,; \\ (1 + |-\sqrt{2}x - 3|)(2x + \sqrt{3}) < 0\,. \end{cases}$$